

单元素养测评卷(一)

第九章

(时间:120 分钟 分值:150 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $a=4, b=5$,
 $\cos A = \frac{2\sqrt{2}}{3}$,则 $\sin B =$ ()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{5}{12}$
 C. $\frac{5}{6}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,已知 $b=\sqrt{7}, c=2$,
 $\sin B = \frac{\sqrt{7}}{4}$,则 $C =$ ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

3. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $\frac{\cos A}{a} = \frac{\sin B}{b} =$
 $\frac{\cos C}{c}$,则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()

A. 等腰直角三角形 B. 锐角三角形
 C. 等边三角形 D. 钝角三角形

4. [2024·广西柳州三中高一月考] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $\cos B = 1 - \frac{b^2}{2ac}$,则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

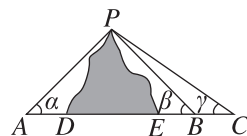
A. 直角三角形 B. 钝角三角形
 C. 等腰三角形 D. 等边三角形

5. [2024·广州一一三中学高一期末] 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,若 $(\sin B + \sin C)^2 = \sin^2 A + (2 - \sqrt{2})\sin B \sin C$,
 $\sqrt{2}\sin A - 2\sin B = 0$,则 $B =$ ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

6. 如图, A, B, C 为山脚两侧共线的三点,在这三点处依次测得对山顶 P 的仰角分别为 α, β, γ ,计划沿直线 AC 开通隧道 DE ,设 AD, EB, BC 的长度分别为 a, b, c .为了测出隧道 DE 的长度,还需直接测出 ()

A. a 和 b B. b 和 c
 C. a 和 c D. a, b, c 三者



7. [2024·浙江宁波高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $\frac{a+2c}{b} = \sqrt{3}\sin C + \cos C$,则 $\frac{a+c}{b}$ 的最大值为 ()

A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,已知 $c=2, \frac{b}{c} = \frac{\sin B}{\sqrt{3}\cos C}$,则 $a+b$ 的取值范围为 ()

A. $(2, 4]$ B. $(2, 2\sqrt{3}]$
 C. $[\sqrt{3}, 4]$ D. $[2\sqrt{3}, 4]$

- 二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,根据下列条件解三角形,其中有两个解的是 ()

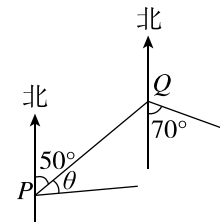
A. $a=\sqrt{2}, b=2, B=120^\circ$ B. $a=2, b=\sqrt{3}, B=45^\circ$
 C. $b=3, c=\sqrt{3}, B=60^\circ$ D. $a=2\sqrt{3}, b=\sqrt{10}, B=60^\circ$

10. [2024·郑州高一期中] 如图,在一次海上训练中,雷达兵在 P 处发现在北偏东 50° 的方向,相距 30 海里的水面 Q 处,有一艘 A 舰艇发出液货补给需求,它正以每小时 50 海里的速度沿南偏东 70° 的方向前进,这个雷达兵立马协调在 P 处的 B 舰艇以每小时 70 海里的速度,沿北偏东 $50^\circ + \theta$ 的方向与 A 舰艇对接并进行液货补给.若 B 舰艇要在最短的时间内实现液货补给,则 ()

A. B 舰艇所需的时间为 1 小时
 B. B 舰艇所需的时间为 2 小时

C. $\sin \theta = \frac{3\sqrt{3}}{14}$

D. $\sin \theta = \frac{5\sqrt{3}}{14}$



11. [2025·山东泰安高一期中] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $a^2 + b^2 < c^2$,则下列结论中正确的是 ()

A. $\triangle ABC$ 可能是锐角三角形
 B. $\triangle ABC$ 的面积一定小于 $\frac{ab}{2}$
 C. $\sin^2 A + \sin^2 B < \sin^2 C$
 D. 若 $\triangle ABC$ 为等腰三角形,则 $a > \frac{c}{2}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. [2024·江苏南通高一期末] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,若 $a=1, b=2, \cos C = \frac{1}{4}$,则 $\sin A =$ _____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c ,已知 $\sin A + \sin B = 2\sin C$, $\triangle ABC$ 的周长为 15, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{21}{2}\sin C$,则 $\cos C =$ _____.

14. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $(\sin A + \sin C)^2 = \sin^2 B + \sin A \sin C$,则 $B =$ _____;若 $b=2\sqrt{3}$,则 $a + \frac{1}{2}c$ 的取值范围是_____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分) 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边,且 $c(a \cos B - b \sin A) = a^2 - b^2$.

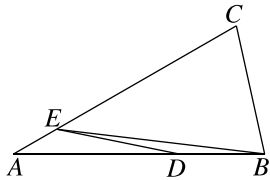
(1)求角 A 的大小;

(2)若 $a=2, \triangle ABC$ 的面积为 2,求 $b+c$ 的值.



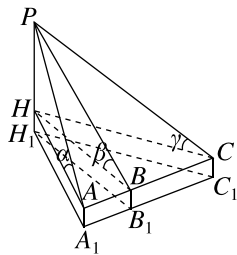
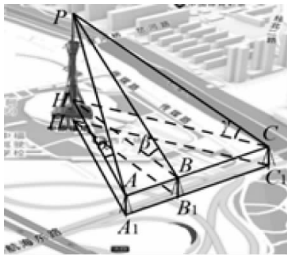
16. (15 分)[2025·浙江温州高二期末] 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边, $\cos A \cos B + \cos C = \sin^2 C - \sin^2 A - \sin^2 B$.
- (1) 求 C ;
- (2) 若 $a = 2, b = 5$, 点 D 在边 AB 上, 且 CD 是 $\angle ACB$ 的平分线, 求 $S_{\triangle ACD}$.

18. (17 分)[2024·北京一六六中学高一月考] 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{6}, BC = \sqrt{7}, D, E$ 分别是边 AB, AC 上的点 (不与端点重合), 且 $DE = \sqrt{7}$. 在条件 ① $AB = 3\sqrt{3}$; ② $\cos B = \frac{\sqrt{21}}{14}$; ③ $CE = 4$ 中选择两个使得三角形存在且解唯一.
- (1) 求 $\sin C$ 的值;
- (2) 求 BE 的长度;
- (3) 求四边形 $BCED$ 的面积.



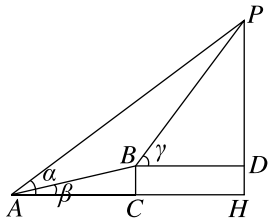
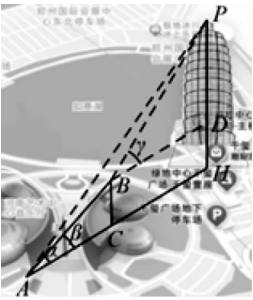
17. (15 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,
- $$2\sin\left(C + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{b+c}{a}.$$
- (1) 求 A ;
- (2) 若 $b = 1, \triangle ABC$ 为锐角三角形, 求 c 的取值范围.

19. (17 分) 郑州市中原福塔的塔座为鼎, 寓意为鼎立中原, 从上空俯瞰如一朵盛开的梅花, 寓意为花开五福, 福泽中原, 它是美学与建筑的完美融合. 绿地中心千玺广场“大玉米”号称中原第一高楼, 璀璨繁华的外表下包含浓郁的易学设计理念, 流露出馥郁的古香. 这两座塔都彰显了中华文化丰富的内涵与深厚的底蕴. 小米同学积极开展数学研究性学习, 用以下方法测量两座塔的高度.
- (1) 如图①, 为测量中原福塔的高度, 小米选择视野开阔的航海东路上一条水平基线 A_1C_1 , 使 A_1, B_1, C_1 共线, 在 A_1, B_1, C_1 三点用测角仪测得 P 的仰角分别为 $\alpha = 45^\circ, \beta = 45^\circ, \gamma = 37^\circ$, 其中测角仪的高度为 1 米, 为了测量距离, 小米骑共享单车, 速度为 5 m/s, 从 A_1 到 B_1 耗时 28 s, 从 B_1 到 C_1 耗时为原来的 2 倍, 求塔高 PH_1 . (取 $\sqrt{42} = 6.45, \tan 37^\circ = 0.75$)



①

- (2) 如图②为测量千玺广场“大玉米”的高度, 小米选择一条水平基线 AH , 使 A, C, H 三点共线, 在 A, B 两点用测角仪测得 P 的仰角分别为 α, γ , 在 A 处测得 B 的仰角为 β , 测角仪高度忽略不计. 小米使用智能手机运动测距功能, 测得距离 $AB = \lambda$.



②

- ① 试用 $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$ 表示塔高 PH ;
- ② 若 $\alpha = 36.7^\circ, \beta = 12.7^\circ, \gamma = 53.3^\circ, \lambda = 205$ m, 求千玺广场“大玉米”的实际高度.
- (取 $\sin 36.7^\circ = \frac{3}{5}, \sin 16.6^\circ = \frac{57}{200}, \sin 40.6^\circ = \frac{133}{205}$)